Bioestadística: Un enfoque aplicado para analizar datos en Ciencias de la Salud
Cátedra

Docente: Valentina Giaconi
Ayudantes: Darling Dorador y Catalina Gónzales

academia UOH

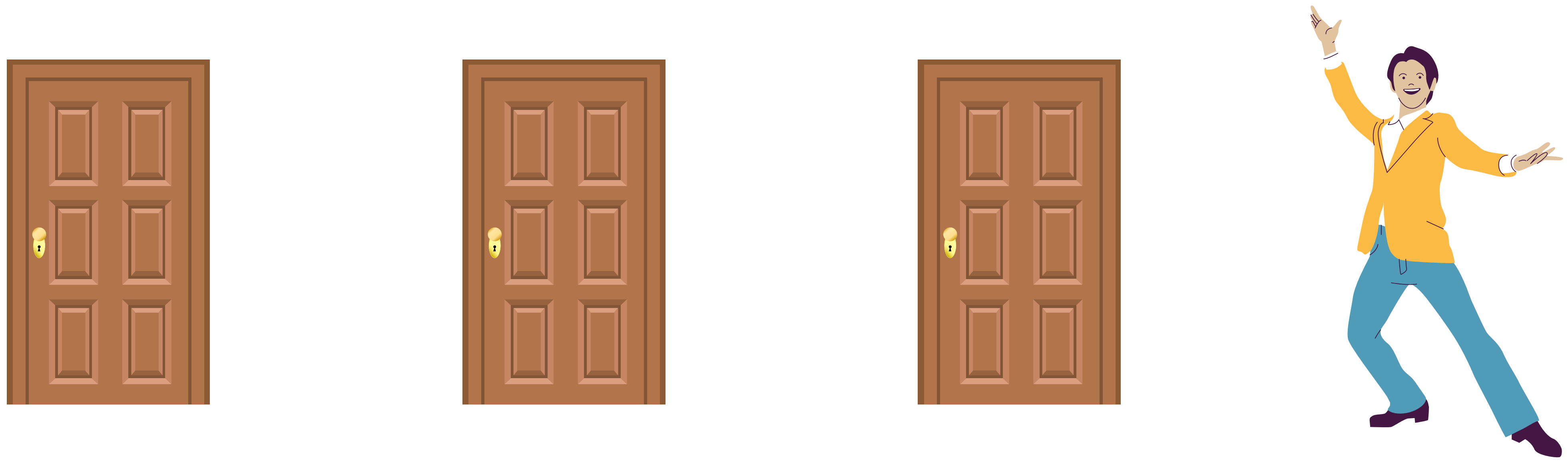
5 de enero 2023

Hoy vamos a trabajar con la idea de un proceso aleatorio

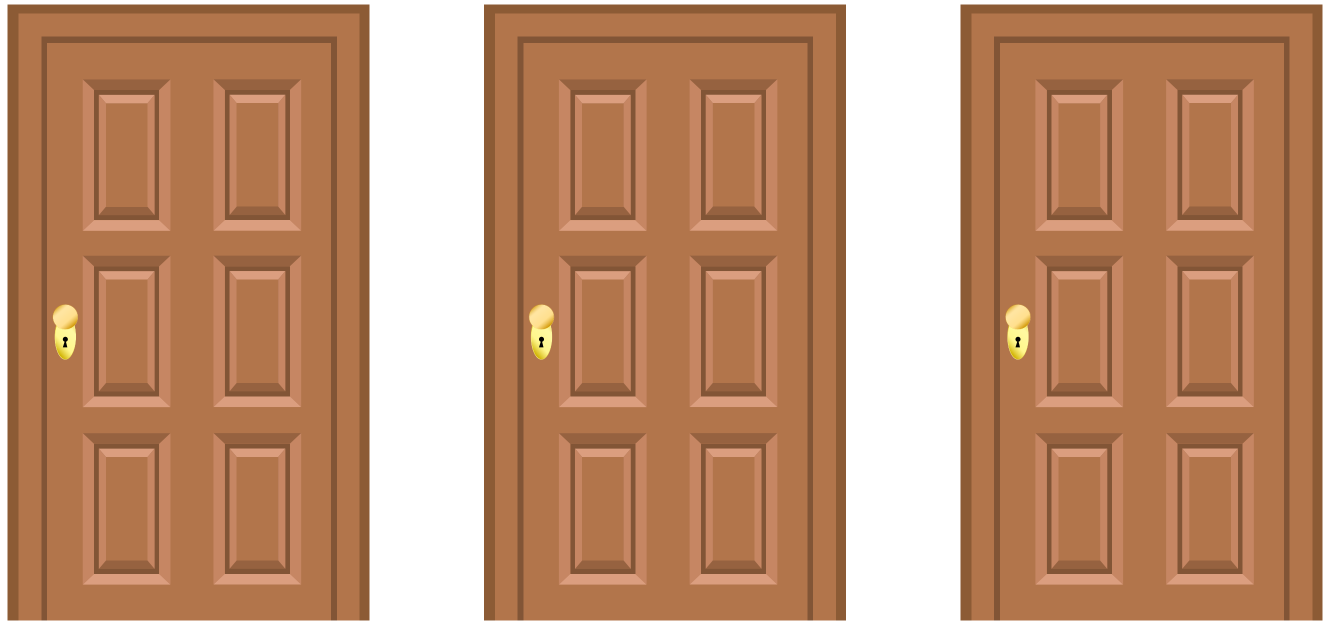
Esto nos servirá mucho para determinar la FUERZA de la evidencia que tenemos

En un popular programa de televisión de los años 60 y 70, “Hagamos un trato”, se escondía un coche nuevo detrás de una de tres puertas, elegida al azar.

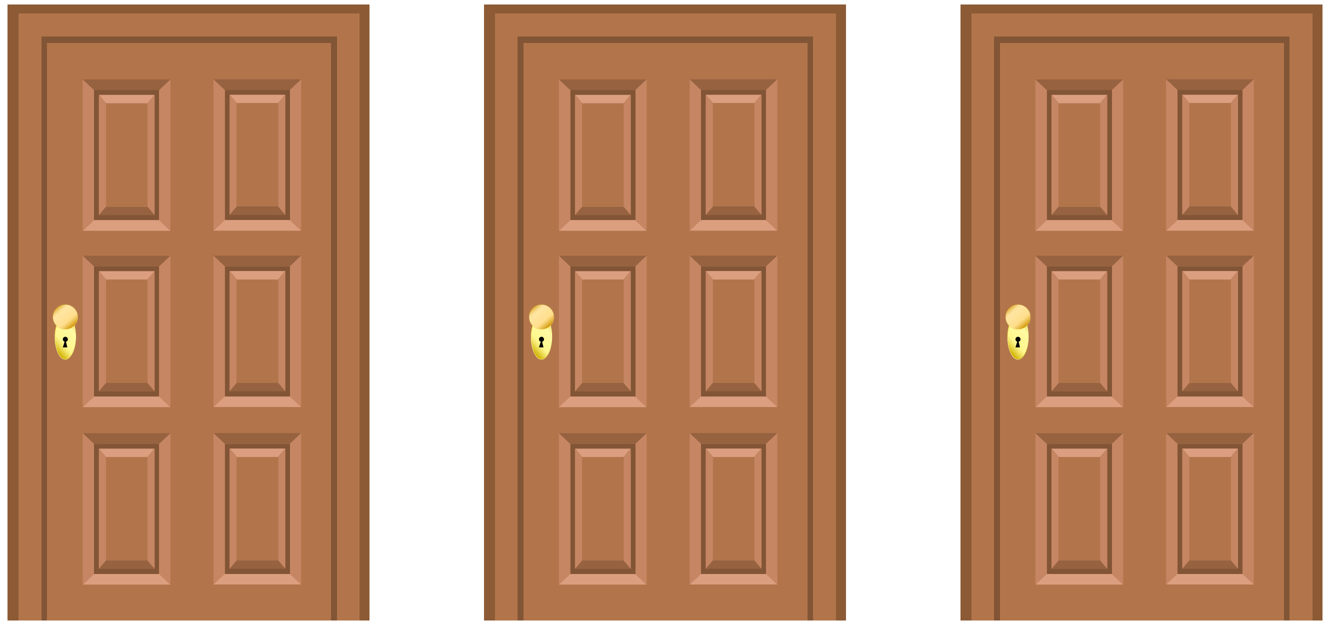
Detrás de las otras dos puertas había premios menos atractivos (por ejemplo, cabras). Cuando un concursante jugaba, se le pedía que eligiera una de las tres puertas. Si elegía la puerta correcta, ganaba el coche.



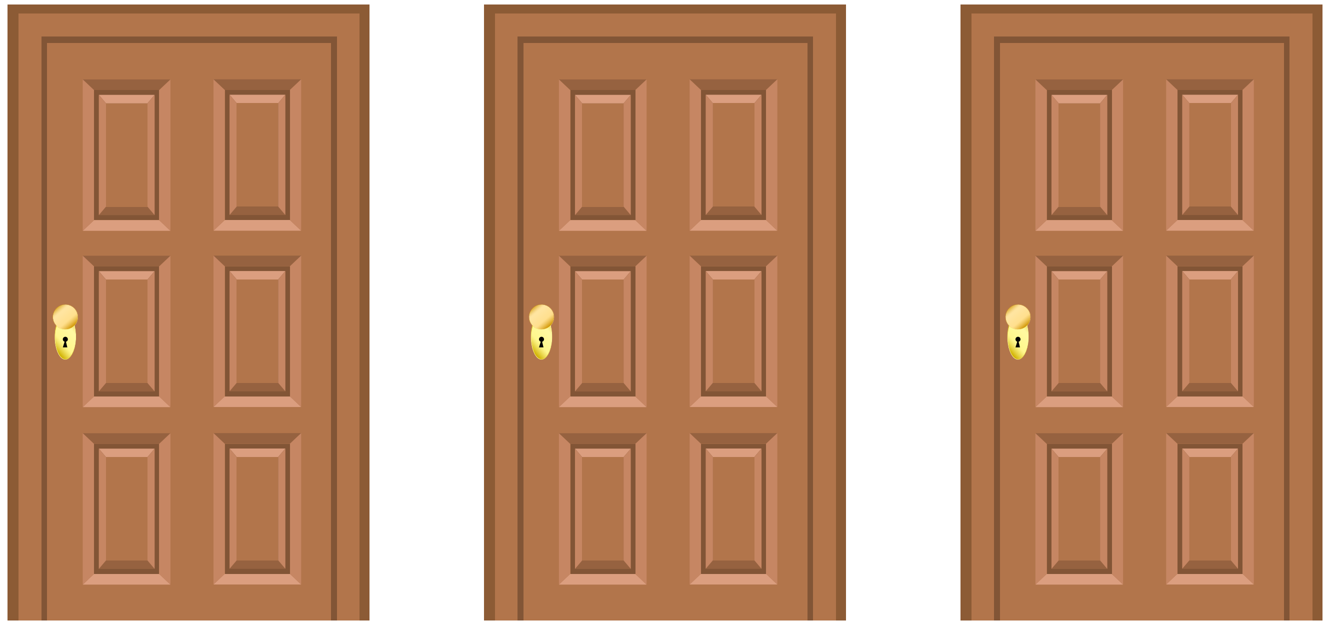
1. Supongamos que eres un concursante de este programa. Intuitivamente, ¿cuál crees que es la probabilidad de que ganes el coche (es decir, que la puerta que elijas tenga el coche escondido detrás)?



2. Describa en una frase lo que cree que significa **probabilidad** en este contexto



2. Describa en una frase lo que cree que significa **probabilidad** en este contexto



Asumiendo que no hay un patrón establecido en el lugar donde el programa de juego coloca el coche inicialmente, este juego es un ejemplo de un **proceso aleatorio:** Aunque el resultado de un juego individual no se conoce de antemano, esperamos ver un patrón muy predecible en los resultados si juegas a este juego muchas, muchas veces. Este patrón se denomina **distribución de probabilidad**.

Nos interesan características como la frecuencia de ciertos resultados, por ejemplo, ¿es más probable ganar este juego (seleccionar la puerta con el coche) o perderlo?

Para investigar lo que queremos decir con el término probabilidad, te pedimos que juegues al juego muchas veces. En realidad, simularemos (recrearemos artificialmente) jugar al juego, llevando la cuenta de las veces que ganas el coche.

3. Utilice tres naipes con el dorso idéntico pero en los que dos de los palos coincidan y uno sea diferente (por ejemplo, uno rojo y dos negros). La carta diferente representa el coche. Trabaja con un compañero (en el papel de presentador del concurso), que barajará las tres cartas y las colocará boca abajo al azar. Elige una carta y luego revela si has ganado el coche o has seleccionado una cabra. Juega a este juego un total de 15 veces, llevando la cuenta de si has ganado el coche (C) o una cabra (G) cada vez:

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**

Estas 15 "pruebas" o "repeticiones" ***imitan el comportamiento del proceso aleatorio del programa de juegos***, en el que se introduce la aleatoriedad en el proceso barajando las cartas entre partidas.

4. ¿En qué proporción de estos 15 partidos ganaste el coche? ¿Se parece a lo que esperabas?

Para tener una idea del comportamiento a largo plazo de este proceso aleatorio, queremos observar muchos, muchos más ensayos. Como no es realista pedirle que realice miles de repeticiones con su pareja, utilizaremos un computador para generar un gran número de resultados de este proceso aleatorio.

5. Supongamos que juegas a este juego 1.000 veces. ¿En qué proporción de esas partidas esperarías ganar el coche? Explícalo.

6. Utiliza una página web para simular que juegas 10 veces a esta versión del juego. **Anota la proporción de victorias en esas 10 partidas.**

A continuación, simula otras 10 partidas y registra la proporción total de victorias en este punto. Sigue haciendo esto en múltiplos de 10 partidas hasta que llegues a 100 partidas jugadas.
Registre las proporciones generales de victorias después de cada múltiplo adicional de 10 partidas en la tabla siguiente.

Proporción de victorias:

10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Proporción de victorias:

10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

7. ¿Qué observas en los cambios de la proporción total de victorias a medida que juegas más partidas? ¿Parece que estas proporciones se acercan a algún valor común?

8 Ahora sigue añadiendo grupos de 100 partidas jugadas más hasta llegar a un total de 1.000 partidas jugadas. ¿Qué porcentaje de veces has ganado un coche? ¿Se parece a lo que esperabas en la pregunta 5?

Proporción de victorias:

100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

Debería ver que la proporción de victorias generalmente se acerca cada vez más a 1/3 (o 0,3333) a medida que juega más y más partidas. Esto es lo que significa decir que la probabilidad de ganar es de 1/3: si juegas repetidamente en las mismas condiciones, después de un gran número de partidas, tu proporción de victorias debería ser muy cercana a 1/3.

Por ejemplo, al lanzar una moneda, se supone que la probabilidad de que salga cara es igual a 0,50, lo que significa que esperamos que salga cara aproximadamente el 50% de las veces si lanzamos la moneda para siempre.

La figura muestra un gráfico de la evolución de la proporción de victorias en una simulación de 1.000 partidas. Observe que la proporción de victorias oscila mucho al principio, pero luego se estabiliza gradualmente y se aproxima a un valor a largo plazo de 1/3.

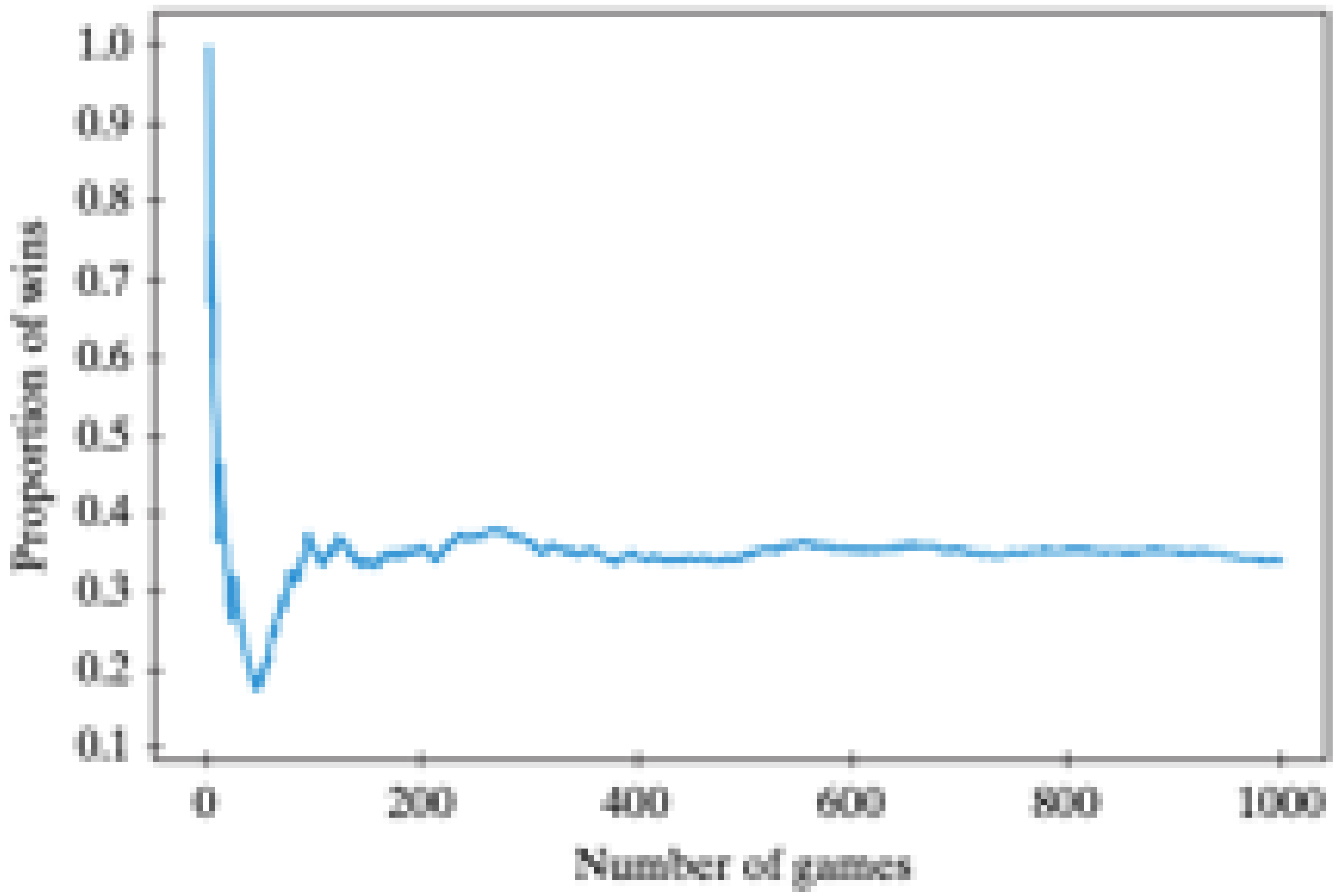


FIGURE P.6 Proportion of wins as more and more games are played.

La ***probabilidad*** de un evento es la **proporción a largo plazo de veces que se produciría el evento** si el proceso aleatorio se repitiera indefinidamente (en condiciones idénticas).

Ahora considere un giro divertido que el presentador del programa de juegos añade a este juego: Antes de revelar lo que hay detrás de tu puerta, el presentador revelará lo que hay detrás de otra puerta. sabe que es una cabra. A continuación, el presentador pregunta si (el concursante) prefiere quedarse con (mantener) la puerta que eligió originalmente o cambiar (cambiar) a la puerta restante.

9. Predicción: ¿Crees que la probabilidad de ganar es diferente entre la estrategia de "quedarse" (mantener) y la de "cambiar" (cambiar)? En caso afirmativo, ¿cuál crees que es la probabilidad de ganar con la estrategia de cambio?

Si la estrategia de "quedarse" o "cambiar" es mejor es una famosa pregunta matemática conocida como el Problema de Monty Hall, llamado así por el presentador del programa de juegos. Lo que hace famoso a este problema es que la respuesta no es intuitiva para mucha gente.

Afortunadamente para nosotros, podemos utilizar la simulación para calcular fácilmente la probabilidad y ayudarnos a decidir si una estrategia es mejor que la otra a largo plazo.

10. Investiga la probabilidad de ganar con la estrategia del "cambio" jugando con tres cartas durante 15 partidas. Esta vez tu compañero debe colocar al azar las tres cartas en su mano, asegurándose de que tu compañero (en el papel de presentador del concurso) sabe dónde está el coche pero tú no. Elige una carta. A continuación, tu compañero revela una de las cartas que se sabe que es una cabra, pero no la carta que elegiste. Juega con la estrategia del "cambio" durante un total de 15 partidas, llevando la cuenta del resultado (ganar un coche o una cabra) cada vez:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

11. ¿En qué proporción de estas 15 partidas ganó el coche? ¿Es mayor o menor que (o igual que) cuando te quedaste con la puerta original? (Pregunta 3)

12. Para investigar qué ocurriría a largo plazo, utilice de nuevo el sitio web. Observa que puedes cambiar de "mantener" tu elección original a "cambiar" tu elección original. Borra cualquier trabajo anterior y luego simula jugar 1.000 partidas con cada estrategia, y registra el número de veces que ganas/ pierdes con cada una:

	Estrategia "mantener"	**Estrategia "cambiar"**
Nro de victorias		

13. ¿Cree que la simulación se ha realizado durante suficientes repeticiones como para declarar una estrategia como superior? ¿Qué estrategia es mejor? Explica cómo puedes saberlo.

14. Basándote en las 1.000 repeticiones simuladas de este juego, ¿cuál es tu estimación de la probabilidad de ganar el juego con la estrategia "cambiar"?

15. ¿Cómo podrías utilizar la simulación para obtener una mejor estimación de esta probabilidad?

16. Se puede demostrar matemáticamente que la probabilidad de ganar con la estrategia del "cambio" es de 2/3. (Una forma de ver esto es reconocer que con la estrategia del "cambio" sólo se pierde cuando se ha elegido la puerta correcta en primer lugar).

Explique qué significa decir que la probabilidad de ganar es igual a 2/3.

A través de esta exploración deberías haber aprendido:

- Un ***proceso aleatorio*** es aquel que puede repetirse un número muy elevado de veces (en principio, para siempre) en condiciones idénticas con la siguiente propiedad:
    - Los resultados de un caso concreto no pueden conocerse de antemano, pero sí puede predecirse la proporción de veces que se producen determinados resultados a largo plazo.
- La ***probabilidad*** de un resultado se refiere a la proporción a largo plazo de veces que se produciría el resultado si el proceso aleatorio se repitiera un gran número de veces en las mismas condiciones.

- La ***simulación*** (recreación artificial de un proceso aleatorio) puede utilizarse para estimar una probabilidad.
  - Las simulaciones pueden realizarse tanto con métodos táctiles (a mano) (por ejemplo, tarjetas) como con ordenadores.
  - El uso de un mayor número de repeticiones en una simulación generalmente produce una mejor estimación de la probabilidad que un menor número de repeticiones.

- La simulación puede utilizarse para tomar decisiones acertadas en procesos aleatorios.
  - Una "buena" decisión (en este contexto) significa que puedes predecir con exactitud qué estrategia tendría una mayor probabilidad de ganar. Esto te indica qué estrategia utilizar si te encuentras en este concurso, pero, por supuesto, ¡no te garantiza que vayas a ganar!


El Problema de Monty Hall
Share
Puerta Eleg
El Problema
de Monty Hall
Watch on YouTube

¡Muchas GRACIAS!

Los esperamos a las 11:00
en esta misma sala

academia UOH