

Bioestadística: Un enfoque aplicado para analizar datos en Ciencias de la Salud Cátedra

Docente: Valentina Giaconi

Ayudantes: Darling Dorador y Catalina Gónzales



10 de enero 2023



Contexto

Piedra Papel tijeras

¿Alguna vez has jugado cachipún o globalmente conocido como piedra, papel o tijera? Se considera un "juego justo" en el que los dos jugadores tienen la misma probabilidad de ganar (como si se lanzara una moneda).



Pero ¿es realmente un juego justo? ¿Algunos jugadores exhiben patrones en su comportamiento que un oponente puede explotar? Un artículo publicado en la revista *College Mathematics* (Eyler, Shalla, Doumaux y McDevitt, 2009) encontró que los jugadores, en particular los novatos, tienden a no preferir las tijeras.

Suponga que decide investigar esta tendencia con un amigo suyo que no ha jugado antes. Le explica las reglas del juego y juegan 12 veces entre las que su amigo solo muestra las tijeras en dos oportunidades.

GUÍA

PREGUNTAS 1 A 2

PASO 1: Haga una pregunta de investigación.

1. ¿Cuál es la pregunta de investigación que se espera responder?

Se menciona en el estudio ...¿Los jugadores novatos parecen sacar las *tijeras* menos que los otros dos gestos o “señas” (piedra y papel)?

PASO 2: Diseñar un estudio y recopilar datos.

2. Identifique las unidades experimentales en este estudio.

Las jugadas individuales del juego son las unidades experimentales

Definición

Una ***variable binaria*** es una variable cualitativa con solo dos resultados. A menudo convertimos variables categóricas con más de dos resultados (p. ej., piedra, papel o tijera) en variables binarias (p. ej., tijeras o no tijeras). Lo principal es que en estas variables es posible definir un resultado como un "éxito" y otro como un "fracaso".

GUÍA

PREGUNTAS 3 A 6

3. Identifique la variable. ¿Es cuantitativa o cualitativa ?

La variable es “gesto o seña elegida por el jugador en el cachipún”. Esta variable es cualitativa y tiene tres resultados: piedra, papel o tijera.

Escribe esto como una variable binaria. La variable en forma binaria es “el jugador elige o no las tijeras al jugar cachipún” y tiene solo dos resultados.

4. Describa en palabras el parámetro de interés y el estadístico observado . (Pista: El parámetro es la proporción a largo plazo de... y el estadístico es un resultado observado en la muestra)

El parámetro de interés es la proporción a largo plazo en que cualquier jugador saca tijeras en el juego del cachipún.

El estadístico observado es el número de veces que se eligió la tijera en las 12 jugadas (dos veces) o la proporción de veces que se eligió la tijera (2 de 12, es decir, $1/6$).

5. En este juego, una posibilidad es que los sujetos tengan la misma preferencia entre las tres alternativas (piedra, papel o tijeras), es decir, que esencialmente seleccionen una de las opciones al azar. Por tanto, ¿cuál es la proporción a largo plazo, es decir, la probabilidad de que un sujeto de este estudio prefiera, por ejemplo, sacar tijeras?

La proporción a largo plazo para sacar tijeras es igual a $1/3$.

6. Por otro lado, a la vez su amigo seleccionaría tijeras un tercio del tiempo si jugara durante mucho tiempo y, por casualidad, usted observó menos de un tercio en los primeros 12 juegos. Entonces, ¿cómo sería la proporción a largo en este escenario, respecto al valor establecido en 6?

Dado que nuestra estadística ($1/6$) está por debajo de lo que creemos que es el parámetro verdadero ($1/3$) si el modelo aleatorio es correcto, la proporción a largo plazo debería ser menor a $1/3$, es decir, $p < 1/3$.

Definiciones

- La ***hipótesis nula*** típicamente representa la explicación “por azar-solamente”. El modelo aleatorio se elige para reflejar esta hipótesis.
- La ***hipótesis alternativa*** típicamente representa la explicación de “hay un efecto” que contradice la hipótesis nula. Los investigadores normalmente esperan que esta hipótesis sea respaldada por los datos que recopilan.

GUÍA PREGUNTA

7

7. Sus respuestas a las preguntas #6 y #7 deben ser las hipótesis nula y alternativa para este estudio reescribir las respuestas previas como dos hipótesis contrapuestas en palabras:
- Hipótesis nula:** Los jugadores novatos eligen por igual entre los tres gestos a largo plazo (escoger tijeras un tercio del tiempo a largo plazo).
- Hipótesis alternativa:** los jugadores novatos eligen tijeras menos de un tercio del tiempo a largo plazo.

Observe que las hipótesis nula y alternativa son declaraciones sobre el parámetro (probabilidad de elegir tijeras) y el proceso subyacente a largo plazo, no solo sobre lo que se observó en este estudio. De hecho, debemos establecer las hipótesis antes de realizar el estudio, ¡antes de recopilar datos! Nuestro objetivo es usar los datos de la muestra para estimar el parámetro e inferir si este valor desconocido es menor que $1/3$.

USO DE SÍMBOLOS

Podemos usar símbolos matemáticos para representar cantidades y simplificar nuestra escritura. A lo largo de estos módulos, enfatizamos en las explicaciones escritas, pero también le mostraremos símbolos matemáticos como abreviaturas una vez que se sienta cómodo con el material. La distinción entre parámetro y estadístico es tan importante que siempre usamos diferentes símbolos para referirnos a ellos.

Usaremos la letra p , para representar un parámetro que es una probabilidad o proporción a largo plazo. Por ejemplo, la proporción a largo plazo en la que un jugador novato elige unas tijeras se puede representar mediante p . Luego usaremos el símbolo \hat{p} (pronunciado “p sombrero”) para representar el estadístico observado en la muestra.

GUÍA PREGUNTA

8 A 11

PASO 3: Explore los datos.

8. Calcular el valor del estadístico observado .

$$\hat{p} = 2/12 \approx 0,167$$

9. ¿Cuál es el valor de \hat{p} en este estudio? Interprete su resultado en comparación con el parámetro p del problema.

$\hat{p} = 2/12 \approx 0.167$, la proporción de veces que tu amigo eligió tijeras.

Una forma de distinguir entre el parámetro y el estadístico es el tiempo verbal. La estadística es la proporción de veces que tu amigo mostró las tijeras (pasado, observado). El parámetro es la proporción a largo plazo con que sacaría tijeras si jugara el juego para siempre (tiempo futuro, sin ser observado).

10. ¿Cuál es el valor de n en este estudio?

$n = 12$

11. Las hipótesis son siempre conjeturas sobre el parámetro desconocido p . También puedes usar H_0 y H_1 como notación abreviada para las hipótesis nula y alternativa, respectivamente. Los dos puntos, ":", se utilizan para representar la palabra "es". Reformule las hipótesis nula y alternativa usando p . Donde p representa la verdadera probabilidad de que tu amigo tire las tijeras.

$$H_0: p = 1/3$$

$$H_1: p < 1/3$$

GUÍA

PREGUNTAS 12 A

14

PASO 4: Sacar inferencias.

12. ¿Es la proporción de la muestra que seleccionó tijeras en este estudio menor que la probabilidad especificada en la hipótesis nula?

Sí, $\hat{p} < p$ ya que $\hat{p} = 2/12 \approx 0.167$ y $p = 1/3 \approx 0.333$

13. Explique por qué no podemos usar un simple lanzamiento de moneda para simular las elecciones de los sujetos, como hicimos con el estudio de Buzz/Doris.

No podemos usar directamente una moneda para simular el modelo aleatorio para este escenario. La diferencia clave ahora es que queremos tomar muestras de un proceso donde la probabilidad de "éxito" no es $\frac{1}{2}$ (como con el lanzamiento de una moneda) sino $\frac{1}{3}$.

14. Complete los cuadros en blanco, de la siguiente tabla de paralelos entre estudio y la simulación:

Paralelos entre el estudio real y la simulación	
Unidad experimental	= Una ronda del juego
Éxito	= Juega tijeras
Fracaso	= No juega tijeras .
Posibilidad de éxito p	= $1/3$. Tres gestos son igualmente probables; posibilidad de tijeras es uno de cada tres
Una repetición	= Un conjunto simulado de 12 rondas del juego

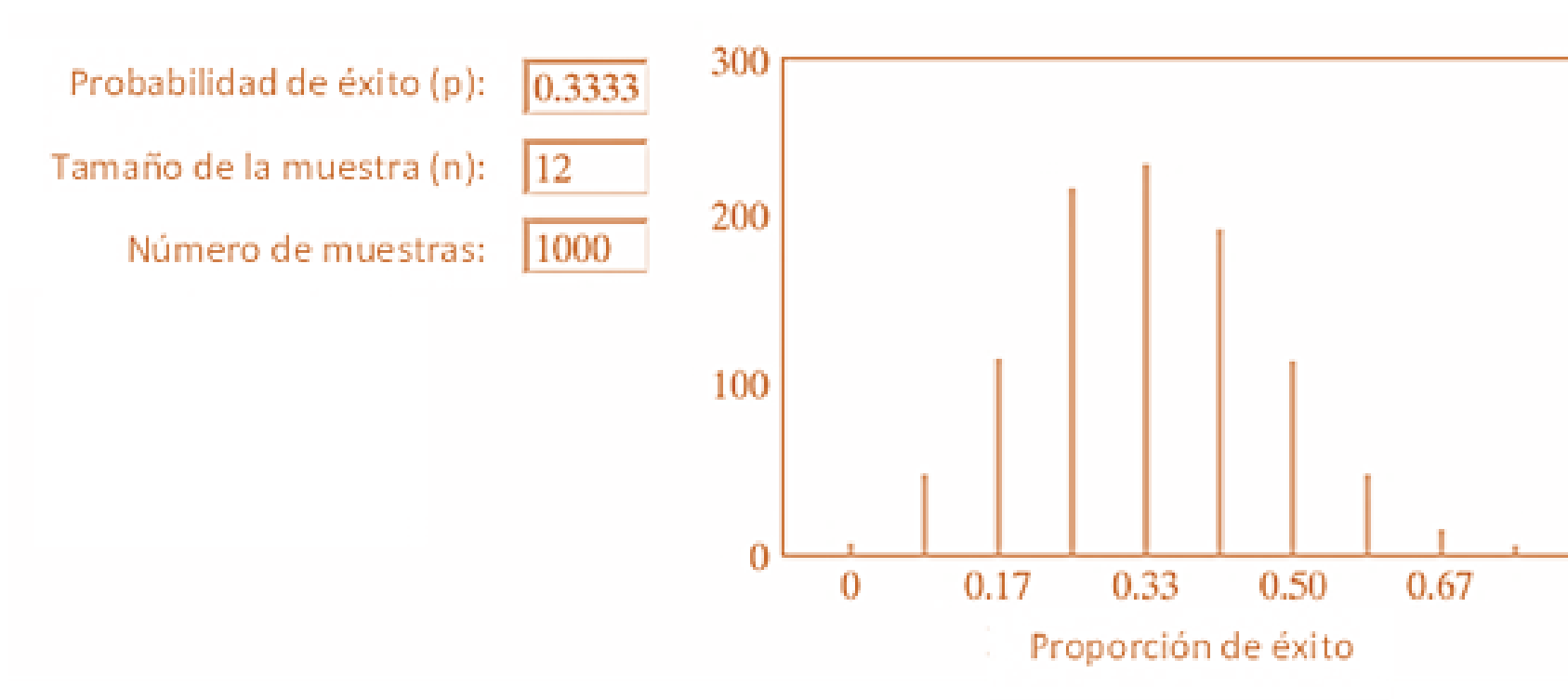
Durante las primeras 12 jugadas del juego, tu amigo solo mostró las tijeras dos veces. Si se eligieran las tijeras con tanta frecuencia como las otras dos opciones, esperaríamos que 4 de las 12 jugadas fueran tijeras, por lo que tal vez esto no sea tan diferente, especialmente a corto plazo. Evaluemos primero qué tan sorprendente es para su amigo jugar a las tijeras solo dos veces, observando los resultados de una simulación que modela tijeras un tercio de las veces a largo plazo.

GUÍA PREGUNTA

15

15. Ahora usaremos el subprograma ***One Proportion*** para realizar este análisis de simulación.
- a. Primero ingrese el valor de p , probabilidad de éxito especificado en la hipótesis nula.
 - b. Ingrese el tamaño de muestra apropiado (número de sujetos en este estudio).
 - c. Ingrese 1000 para el *número de muestras*. Informe el número de "éxitos" en esta muestra simulada.
 - d. Comente sobre el centro, la variabilidad y la forma de la distribución resultante de las proporciones de la muestra.

Esta distribución de proporciones muestrales simuladas se denomina distribución nula, porque se basa en suponer que la hipótesis nula es verdadera.



Ahora tenemos un modelo aleatorio que genera éxitos con una proporción a largo plazo igual a la probabilidad de la hipótesis nula de $1/3$.

En el gráfico se presenta la distribución de la muestra simulada respecto a la proporción de elecciones de tijera (éxitos) que podrían haber ocurrido en 12 rondas del juego asumiendo este modelo aleatorio con un total de 1000 repeticiones.

Entonces, podemos usar esta distribución para evaluar la solidez de la evidencia frente al modelo aleatorio de un tercio de probabilidad. Las distribuciones de estadísticas simuladas que hemos estado viendo representan la distribución nula, es decir, lo que podría haber sucedido en el estudio suponiendo que la hipótesis nula fuera cierta.

Definición

El **valor p** o **p-valor** es la probabilidad de obtener un valor del estadístico al menos tan extremo como el estadístico observado cuando la hipótesis nula es verdadera. Podemos estimar el valor p encontrando la proporción de las estadísticas simuladas en la distribución nula que son al menos tan extremas (en la dirección de la hipótesis alternativa) como el valor de la estadística realmente observada en el estudio de investigación.

GUÍA PREGUNTA

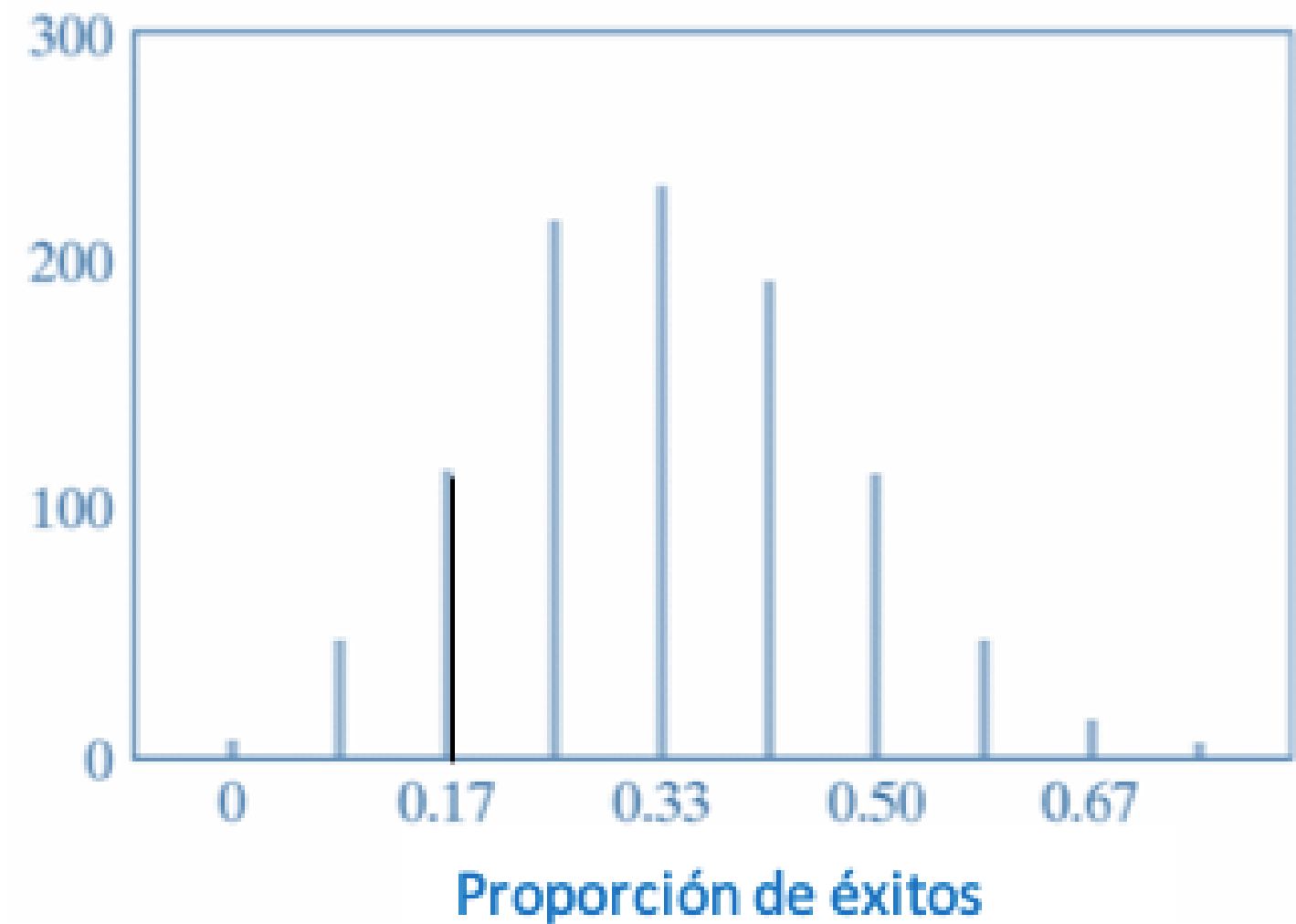
16

16. Recuerda que el valor observado de la proporción de la muestra que seleccionó “tijeras” en este estudio fue $\hat{p} = 2/12 \approx 0.167$. Mirando la distribución nula que ha simulado, ¿Cómo usamos esta distribución nula para evaluar si el modelo de $p=1/3$ es apropiado para el proceso de selección de tijeras de su amigo?

El valor 0,167 no está muy lejos en la cola de la distribución, pero tampoco está cerca de la mitad de la distribución. Para ayudar a hacer un juicio sobre la solidez de la evidencia en este caso, podemos contar cuántas (y qué proporción) de los casos de la muestra simulada son tan extremas o más extremas que el valor observado.

La clave es ver si la estadística observada (2 de 12 $\approx 0,167$) es consistente con la variabilidad del azar en el proceso aleatorio. Por lo tanto, debemos decidir si 0,167 es un valor típico o si se encuentra en la cola de la distribución.

En el gráfico vemos que esta es una decisión un poco difícil. Los resultados en 0,17 no están tan lejos en la cola izquierda de la distribución nula, pero tampoco están justo en el medio. Lo que necesitamos es una forma más sistemática de medir cuán inusual es un resultado de 0,167 en esta distribución nula.



Un enfoque más común para medir qué tan inusual es una observación en una distribución es determinar qué proporción de la distribución se encuentra en o por encima del valor o qué proporción se encuentra en o por debajo del valor.

El valor p tiene en cuenta los resultados que podrían haber sido (suponiendo que la hipótesis nula sea cierta) tan o más extremos que el que observamos. Esto proporciona una medida directa de la solidez de nuestra evidencia frente al modelo nulo y permite un valor estándar comparable para todos los estudios de investigación científica. Los valores p más pequeños significan que el valor de la estadística observada, bajo el modelo nulo, es más improbable solo por casualidad. Por lo tanto, los valores de p más pequeños indican una evidencia más sólida contra el modelo nulo.

GUÍA PREGUNTA

17

17. Use el applet para contar cuántas (y qué proporción) de los casos de la muestra simulada son más extremas que el valor observado. Para hacer esto, primero haga clic en el símbolo de desigualdad \geq para cambiarlo a \leq (para que coincida con la hipótesis alternativa). Luego ingrese 0.167 (la proporción de mu izquierda del botón *Contar*.

Luego haga clic en el botón *Contar* muestras simuladas que son tan Interprete la proporción de éxitos obtenidos en esta simulación.

La distribución nula de la proporción muestral simulada de éxitos en 12 rondas de cachipún para un novato que juega tijera un tercio del tiempo a largo plazo con la proporción observada (0,167) o incluso más pequeña que se muestra a la izquierda de la vertical, arrojando un valor p aproximado de 0,1730.

Probabilidad de éxito (p):

Tamaño de la muestra (n):

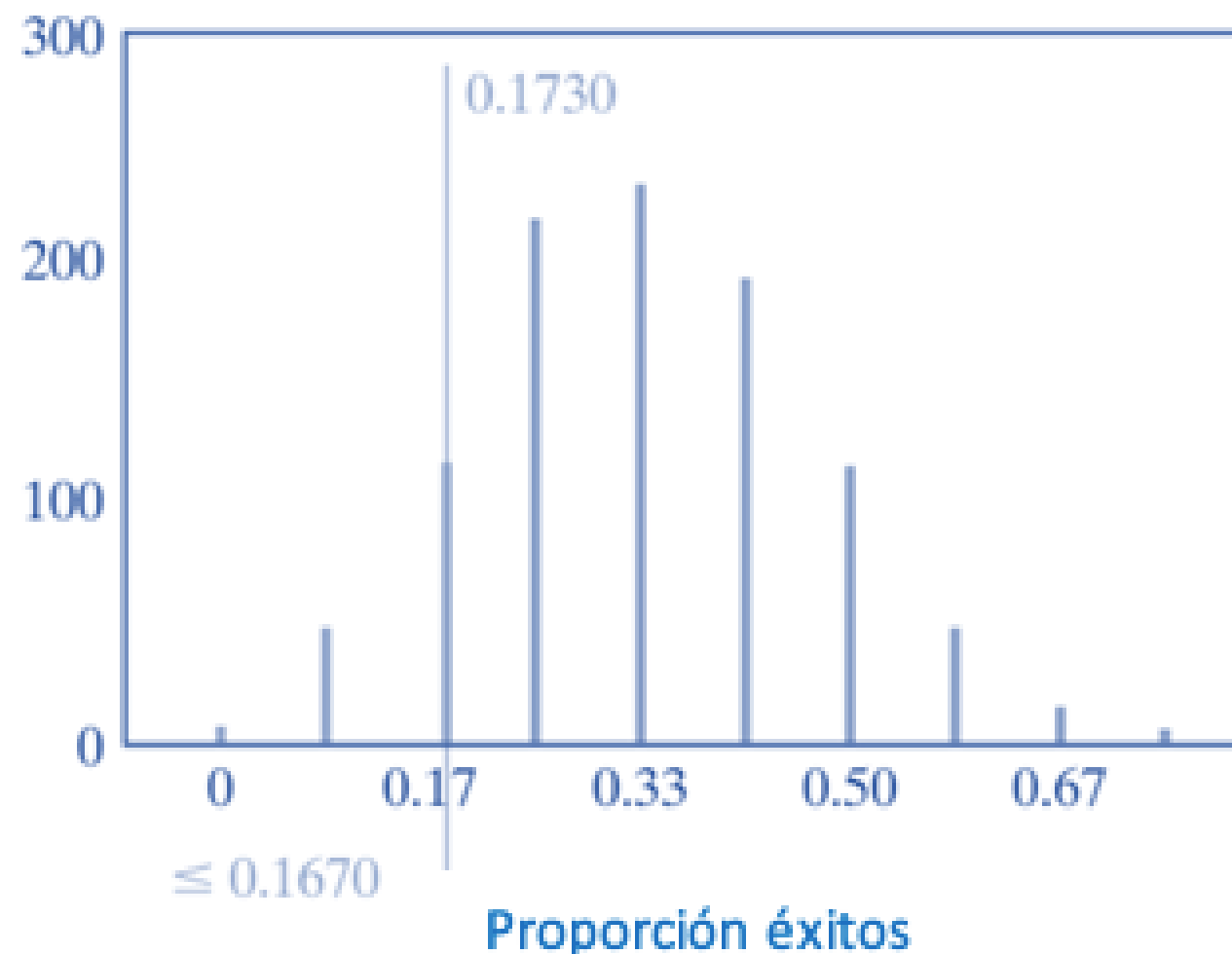
Números de muestras:

Number of successes

Proportion of successes

As extreme as

Proportion of samples:
173/1000 = 0.1730



Un **valor p** o **p valor** siempre calcula la proporción de casos "más extremos" en la dirección de la hipótesis alternativa. En este caso, la hipótesis alternativa es "menor que $1/3$ ", por lo que observamos la cola inferior para calcular la frecuencia de un resultado "más extremo que" para el valor p.

GUÍA

PREGUNTAS 18 Y

19

18. ¿Cómo interpretamos este valor p ?

Como una probabilidad; por lo que podemos decir que, a largo plazo, si generamos repetidamente secuencias aleatorias de 12 rondas del juego en condiciones idénticas con la probabilidad de tijeras igual a $1/3$, esperamos observar una proporción muestral de 0.167 o menor, solo por casualidad, en alrededor del 17,3% de esas repeticiones.

19. ¿Qué nos dice este valor p sobre la solidez de la evidencia?

Como se indicó anteriormente, los valores de p más pequeños son una evidencia más fuerte en contra de la hipótesis nula y a favor de la hipótesis alternativa.

Directrices para evaluar la solidez de la evidencia a partir del p valor

$0,10 < \text{valor } p$	No hay mucha evidencia contra la hipótesis nula; la distribución nula es plausible
$0,05 < \text{valor } p \leq 0,10$	Evidencia moderada en contra de la hipótesis nula
$0,01 < \text{valor } p \leq 0,05$	Evidencia fuerte en contra de la hipótesis nula
$\text{valor } p \leq 0,01$	Evidencia muy fuerte en contra de la hipótesis nula

Cuanto menor sea el valor p, mayor será la evidencia en contra de la hipótesis nula

GUÍA

PREGUNTAS 20 Y

21

20. ¿Es este valor p lo suficientemente pequeño?

Nuestro p valor es 0,1730, por lo que, no hay mucha evidencia contra la hipótesis nula.

21. ¿Qué p valor debería hacernos sospechar?

Solo dos jugadas de tijera en las primeras 12 rondas del juego no son mucha evidencia en contra de la hipótesis nula que su amigo jugaría tijera un tercio del tiempo a largo plazo. ¿Por qué? Porque un p valor de 0,173 indica que si la probabilidad de las tijeras era realmente $\frac{1}{3}$, obtener dos o menos opciones de tijeras en 12 jugadas no es sorprendente.

Por lo tanto, $\frac{1}{3}$ sigue siendo un valor plausible para la proporción a largo plazo de tu amigo.

Muchos investigadores consideran que un valor de $p \leq 0,05$ es suficiente para concluir que hay pruebas convincentes contra la hipótesis nula, pero en algunas situaciones es posible que desee pruebas más sólidas. Por ahora, solo tenga en cuenta que cuanto menor sea el valor p , más fuerte será la evidencia en contra de la hipótesis nula (el modelo aleatorio es verdadero) y a favor de la hipótesis alternativa (típicamente la conjetura de investigación).

GUÍA

PREGUNTAS 22 Y

23

PASO 5: Formular conclusiones.

22. ¿Estaría dispuesto a generalizar sus conclusiones a los jugadores de cachipún, más allá del sujeto de este estudio? ¿Qué tan ampliamente? Explique su razonamiento.

Aproximadamente obtuvimos un valor de p (0,173) para las primeras 12 jugadas del juego que no era pequeño y no proporcionaba pruebas sólidas en contra de la hipótesis nula. ¿Hemos probado que la hipótesis nula es verdadera? ¡No! De hecho, nunca podremos probar que la hipótesis nula es verdadera porque tuvimos que asumir que era verdadera para hacer el análisis.

Lo que podemos decir es que estos resultados son consistentes con el tipo de resultado que esperaríamos ver cuando la hipótesis nula es verdadera. En otras palabras, la hipótesis nula es una explicación plausible (o creíble) de los datos observados. Si quisiéramos investigar el problema más de cerca, podríamos hacer que nuestro amigo juegue más juegos (aumenta el tamaño de la muestra). Un tamaño de muestra más grande nos daría una mejor oportunidad de detectar cualquier tendencia que pudiera existir.

23. ¿Qué limitaciones presenta este estudio? ¿qué otros estudios se podrán realizar?

¡Muchas
GRACIAS!

Los esperamos a las 11:00
en esta misma sala

